

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА ДИЛАТИРУЮЩЕГО В ОКРЕСТНОСТИ ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКИ

Розглянутий феноменологічний підхід до рішення пружно-пластичної задачі для породного середовища, що розміщується, заснований на аналогії руйнування породних зразків у режимі контрольованих деформацій. При цьому графік деформування матеріалу за межею міцності представляється як геометричне місце точок граничних пружних станів порушеного в різному ступені матеріалу. МСЕ-експеримент показав достатню збіжність аналітичного і чисельного рішення.

ELASTO-PLASTIC STATE OF THE ROCK MASSIF WITH DILATATION IN A VICINITY OF UNDERGROUND DEVELOPMENT

The phenomenological approach to the solution of an elasto-plastic task for getting less strong rock media, founded on analogy of fracture rock is model in a regime of controlled strains. Thus the profile of a straining of a material behind a ultimate strength is represented as a geometrical place of points of the limiting elastic states of a material dislocated in different extent. A finite element method - experiment has shown sufficient convergence analytical and a numerical solution.

Исходные предпосылки.

При оценке упругопластического породного массива в окрестности подземных выработок необходимо учитывать состояние окружающих горных пород как материала с изменяющимися в процессе нагружения физико-механическими свойствами. Если на некотором достаточном удалении от выработки породный массив является практически сплошным и его можно считать подчиняющимся линейному закону Гука, то по мере приближения к выработке породы находятся в разрыхленном состоянии, причем степень разрыхления тем больше, чем меньше расстояние от контура выработки до рассматриваемой точки. Максимальная степень разрыхления наблюдается на самом контуре. Сказанное не означает, что породы в окрестности полости сразу и полностью теряет несущую способность. Развитие систем трещин в данной области происходит постепенно и не приводит к полному разрушению элементарного объема пород. Однако прочность породной среды заметно снижается, а ее поведение под действующими на заданной глубине нагрузками перестает подчиняться закону Гука и принимает существенно нелинейный характер. Это обстоятельство, должно быть учтено при исследовании напряженно-деформированного состояния в окрестности выработки в ходе оценки ее устойчивости.

1. Нелинейная деформация породного массива в окрестности нарушения сплошности.

Отмеченные структурные изменения в породах вблизи выработки происходят под влиянием давления со стороны окружающего упругого породного массива, размеры и “жесткость” которого бесконечно велики по отношению к породам, расположенным в области неупругих деформаций. По этой причине экспериментальное изучение механического поведения образцов горных пород и явления пластического разрыхления (дилатансии) производится на испыта-

тельных машинах “жесткого” типа в режиме заданных деформаций. Результаты экспериментов при одноосном сжатии образцов из различных горных пород указывают на следующее. Первоначально образец деформируется линейно, т. е. подчиняется закону Гука, а затем, по мере достижения предела прочности на одноосное сжатие, кривая деформирования выполаживается. После достижения некоторой предельной деформации начинается падение прикладываемой нагрузки. Это означает, что на диаграмме « $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ », где под «1» подразумевается направление оси сжатия исследуемого образца, существует некоторое предельное напряжение сжатия R_c , по достижении которого диаграмма переходит на свою ниспадающую ветвь.

К настоящему времени получено достаточное большое количество таких диаграмм для различных горных пород. Многие из них приведены, в частности, в работе [1]. На рис. 1 приведен обобщенный вид полной диаграммы сжатия, включающий участки частичной или полной разгрузки и повторного нагружения. На этой обобщенной схеме показаны восходящая и ниспадающая ветви диаграммы, петли гистерезиса на участках «разгрузка - повторное нагружение». Само наличие таких петель указывает на диссипацию энергии в процессе деформирования. Наклон этих петель приблизительно равен наклону первоначальной упругой ветви диаграммы, хотя и несколько падает с ростом степени деформации. Таким образом, на ниспадающем участке имеют место остаточные деформации, величина которых тем выше, чем больше степень исходной деформации. Это означает, что процесс сжатия на этом этапе является физически существенно нелинейным и сопровождается диссипативными процессами. Подобное явление указывает на наличие структурных изменений в материале образца. Такой структурной перестройкой в данном случае является развитие системы трещин, т.е. пластическое разрыхление.

Развитие системы трещин в образце приводит еще к одному весьма существенному обстоятельству, которое является парадоксальным с точки зрения традиционных моделей механики сплошных сред. Именно, при стремлении к предельной нагрузке на возрастающей ветви коэффициент Пуассона μ увеличивается вплоть до значения 0.5, а затем (на ниспадающей ветви) даже превышает его. Это свидетельствует о том, что наличие сжимающих усилий приводит к росту объемной деформации. В работе [1] отмечается, что данное явление невозможно описать, используя соотношения теории упругости и указывается на необходимость разработки новых структурных моделей. Отметим, что большинство нелинейных моделей механики сплошных сред (в том числе теории пластичности и ползучести) также не могут учесть это обстоятельство.

С теоретической точки зрения наличие ниспадающего участка диаграммы означает неустойчивость процесса деформирования материала. В работе [2] сформулировано понятие сверхустойчивости по Адамару. Без потери общности несколько упростим изложение. Пусть ε есть тензор деформаций, а ε^* – близкая к ε точка в пространстве компонент этого тензора. Сверхустойчивость заключается в том, что в некоторой области Ω (выбранной, вообще говоря, произвольно), мате-

риал деформируется устойчиво, если выполняется строгое неравенство

$$I = \int_{\Omega} [h(\varepsilon^*) - h(\varepsilon)] : \varepsilon^* dV > 0. \quad (1)$$

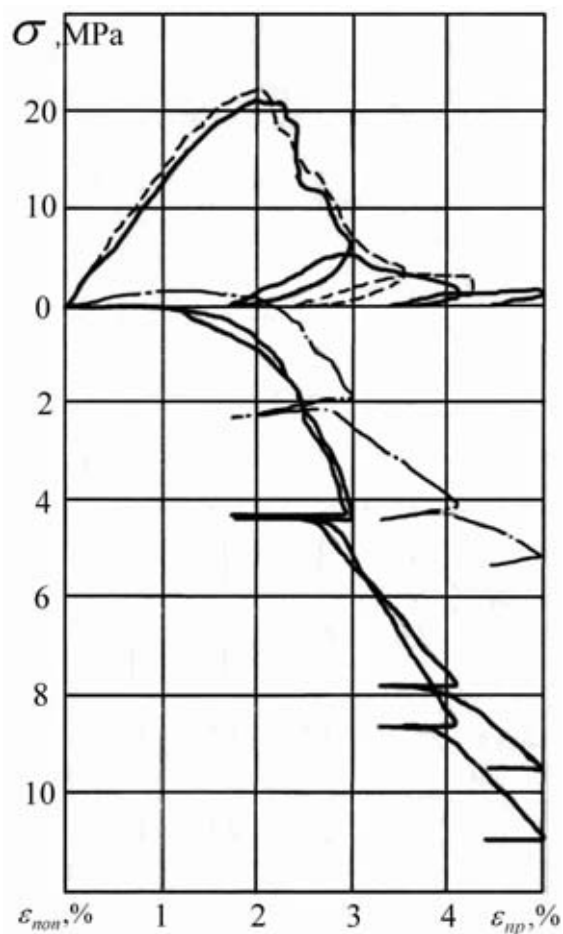


Рис. 1 – Данные испытаний на одноосное сжатие образца аргиллита

Здесь h – тензорная функция, задающая диаграмму деформирования, т.е. зависимость тензора напряжений σ от тензора деформаций ε

$$\sigma = h(\varepsilon).$$

В соответствии с теоремой данная функция должна быть выпуклой во всей области Ω за исключением, быть может, ограниченного множества точек. Если же за область Ω принять область разрыхления материала, т.е. каждая из точек этой области лежит на ниспадающей ветви диаграммы, то имеем

$$\sigma^* < \sigma, \text{ т.е. } h(\varepsilon^*) < h(\varepsilon), \text{ если } \varepsilon^* > \varepsilon$$

в каждой из этих точек. Таким образом, строгое неравенство (1) в данном случае не выполняется и процесс деформирования в области разрыхления неус-

тойчив. Это означает, что в области Ω имеет место ветвление (неединственность) решения краевой задачи.

Как следствие, при решении задачи численными методами (в частности, методом конечных элементов – МКЭ) в узлах, принадлежащих области Ω , будет наблюдаться вырожденность системы уравнений, т.е. диагональные компоненты матрицы жесткости в таких узлах будут отрицательными или нулевыми. В результате стандартный вычислительный процесс не может продолжаться.

2. Расчетный метод для ниспадающего участка диаграммы.

Таким образом, традиционные модели и подходы механики деформируемых твердых сред не могут быть применены в данной ситуации. Вопрос о выборе подходящей теоретической модели остается открытым. Существуют и успешно развиваются модели, основанные на анализе структурных изменений, происходящих в твердых телах [3]. Однако такие модели требуют введения внутренних переменных, описывающих структуру материала, и законов их эволюции, описывающих структурные изменения.

Тем не менее, можно предложить чисто феноменологический подход, в котором учтены основные экспериментальные результаты. Основная идея состоит в том, чтобы ниспадающий участок трактовать не как часть диаграммы деформирования, а как некую кривую, которая является геометрическим местом точек, в которых реализуется предельное упругое состояние материала при достигнутых деформациях.

Предлагается идеализированная диаграмма одноосного сжатия « $\sigma_1 \sim \varepsilon_1$ », состоящая из двух участков – прямолинейного и ниспадающего (рис. 2). Вплоть до достижения значения деформации $\varepsilon_c = R_c / E$, где E – модуль Юнга, материал подчиняется закону Гука, а коэффициент Пуассона μ остается постоянным и равным своему исходному значению. При $\varepsilon_1 > \varepsilon_c$ ниспадающий участок описывается некоторой функцией

$$\sigma_1 = R_c - f(\varepsilon_1 - \varepsilon_c); \quad f(0) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_1} < 0, \quad (2)$$

а коэффициент Пуассона μ равен 0.5. Такая форма записи принята потому, что большинство изложенных в литературе опытных данных относятся именно к экспериментам на одноосное сжатие.

Предполагается также, что петля гистерезиса отсутствует, а разгрузка и повторное нагружение происходят по прямой линии, параллельной начальному упругому участку, что определяет достигнутую остаточную деформацию ε_d .

Модель ориентирована на использование метода конечных элементов (МКЭ). Рассмотрим сначала одноосное нагружение. Предположим, в ходе численного упругого решения на некотором шаге нагружения установлено, что в некотором конечном элементе достигнуто напряжение $\sigma_1 > R_c$ при деформации ε'_1 . Чтобы вернуться на ниспадающую ветвь, определяем в точке A' соответст-

вующие достигнутой деформации напряжения σ'_1 по формуле (2) (рис. 2). В соответствии с вышеизложенным, это напряжение будет новым предельным значением $R'_c = \sigma'_1$ на кривой предельного упругого состояния, а рассматриваемая область приобретает остаточную деформацию $\varepsilon'_d = \varepsilon'_1 - R'_c / E$.

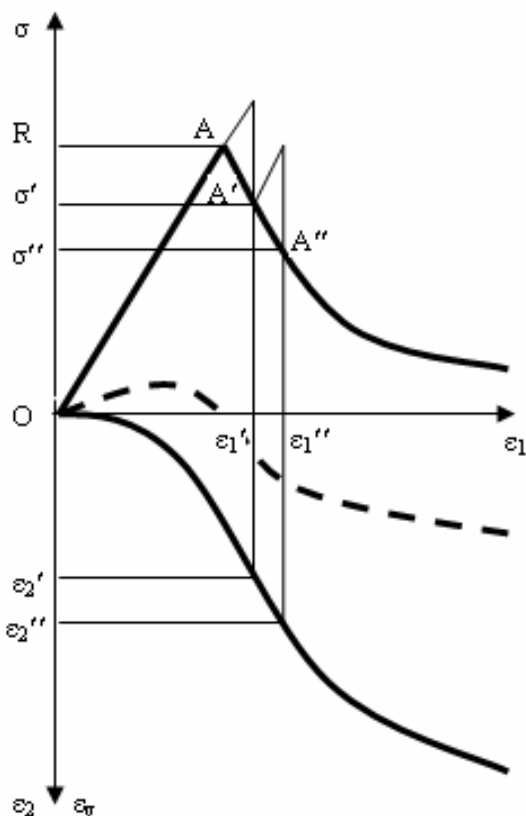


Рис. 2 – Схема к обоснованию процедуры численного исследования НДС в зоне разупрочняющегося породного массива

После этого процесс упругого решения продолжается. Пусть с пошаговым увеличением внешней нагрузки в том же элементе достигнуто напряжение $\sigma_1 > R'_c$ при деформации ε'_1 . Тогда, возвращаясь на ниспадающую ветвь, в точке A'' (рис. 2) находим по формуле (2) соответствующие достигнутой деформации напряжения σ'' , которое и будет новым предельным значением $R''_c = \sigma''_c$, а остаточная деформация в данном элементе становится равной $\varepsilon''_d = \varepsilon''_1 - R''_c / E$ и т.д. Аналогично обрабатываются все остальные элементы, в которых значение напряжения превышает предельное значение. Процесс будет считаться законченным, когда нагрузки на границе области достигнут заданного значения, а новые элементы с напряжением, превышающим предельное, не будут появляться.

Пока что для упрощения изложения речь шла только об одноосном напряженном состоянии. Однако для решения реальных задач данную процедуру следует обобщить на случай многоосного напряженного состояния.

Введем, во-первых, гипотезу о том, что существует такая мера эффективных напряжений, которая в случае плоского деформированного состояния (харак-

терного для данного класса задач) характеризуется функцией

$$\sigma_e = g(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}), \quad (3)$$

и что предельное состояние первоначально достигается при $\sigma_e = R_c$. Последнее предположение аналогично критерию разрушения Мизеса.

Во-вторых, для многоосного напряженного состояния описанный выше алгоритм следует модифицировать. Именно, вместо нормальных компонент тензоров напряжений и деформаций будем использовать их девиаторы

$$e_i = \varepsilon_i - \frac{1}{3}\varepsilon, \quad s_i = \sigma_i - \frac{1}{3}\sigma, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где ε и σ - шаровые части соответствующих тензоров. При упругой деформации связь между девиаторами такая же, как и для случая чистого сдвига, т.е. можно записать

$$s_1 = 2Ge_1, \quad s_2 = 2Ge_2, \quad \sigma_{12} = 2G\varepsilon_{12}, \quad (5)$$

где G – модуль сдвига. Теперь если в описанном выше алгоритме вместо пары $(\sigma_1, \varepsilon_1)$ использовать набор трех пар (s_1, e_1) , (s_2, e_2) , $(\sigma_{12}, \varepsilon_{12})$, то его можно использовать и для двухосного напряженного состояния. Необходимо также учесть, что при плоском деформированном состоянии существует также отличная от нуля компонента тензора напряжений σ_3 . В условиях чисто упругой деформации для ее определения имеется соотношение $\sigma_3 = \mu(\sigma_1 + \sigma_2)$. Однако на ниспадающем участке диаграммы, да еще при условии, когда коэффициент Пуассона μ больше или равен 0.5, это соотношение уже неприменимо. Таким образом, для верного определения данной компоненты мы будем также использовать пару (s_3, e_3) , где значение девиатора e_3 находится из условия

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3}\varepsilon + e_3 = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

Для использования вышеописанных пар компонент девиаторов необходимо, вообще говоря, иметь кривые, полученные при испытаниях горных пород на сдвиг. Однако такие кривые в литературе отсутствуют, поскольку их получение сопряжено со значительными трудностями. Тем не менее, помимо модуля G , можно найти предельные значения напряжения сдвига T_c . Для этой величины существуют также и теоретические оценки. Например, в работе [4] найдено равенство $T_c = \sqrt{R_t R_c} = \sqrt{\psi R_c}$, где R_t – предельное значение прочности при растяжении, а $\psi = R_t / R_c$. Таким образом, будем полагать, что если $\sigma_e < R_c$, то материал деформируется упруго. Если это условие не выполняется, для каждой из

трех вышеуказанных пар производится действия, аналогичные описанным выше, но с использованием модифицированной кривой (2). Для пары $(\sigma_{12}, \varepsilon_{12})$ положим

$$\sigma_{12} = T_c - \frac{T_c}{R_c} f\left(2\varepsilon_{12} - \frac{T_c}{G}\right), \quad (6)$$

и аналогично для трех остальных пар (s_1, e_1) , (s_2, e_2) , (s_3, e_3) , т.е.

$$s_i = T_c - \frac{T_c}{R_c} f\left(2\varepsilon_{12} - \frac{T_c}{G}\right), \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь f – функция, использованная в (2). Теперь с использованием формул (4) от девиаторов можно перейти к тензорам, если известны их шаровые составляющие σ и ε . Для случая растягивающего шарового напряжения σ (такое напряжение может возникать в зонах концентраторов напряжений, где градиенты напряжений высоки), введем кривую, аналогичную (6)

$$\sigma = R_t - \frac{R_t}{R_c} f\left(\varepsilon - \frac{R_t}{K}\right), \quad (7)$$

где $K = E/(1-2\mu)$ – объемный модуль Бриджмена, а коэффициент Пуассона μ равен своему исходному значению. При этом расчетный алгоритм такой же, как и для компонент девиаторов. Но в случае, когда шаровое напряжение σ является сжимающим, мы просто полагаем его неизменным при значении шаровой деформации $\varepsilon = 0$. Тем самым принимается во внимание исходная предпосылка, что на нелинейном участке диаграммы деформирования $\mu = 0.5$, что соответствует бесконечному значению модуля K .

3. Алгоритм численных расчетов по определению напряженно-деформированного состояния породного массива.

Перейдем теперь к описанию конкретного алгоритма по определению напряженно-деформированного состояния (НДС) породного массива в окрестности длинной горизонтальной одиночной выработки. Алгоритм разработан с учетом применения МКЭ. Пусть известна глубина H , на которой расположена выработка. Тогда горное давление на этой глубине подсчитывается по формуле $p = \gamma H$, где γ – массовая плотность породного массива. Таким образом, если вокруг полости задать некоторую область Ω с границей $\Gamma = \Gamma_p \cup \Gamma_u$, где на части Γ_p известны усилия или напряжения, а на части Γ_u – перемещения, то можно найти НДС в окрестности этой полости, в том числе и с учетом эффекта разрыхления.

Нельзя, однако, провести «одношаговое» упругое конечно-элементное решение, а затем единожды применить алгоритм, описанный в предыдущем

пункте, ибо тогда погрешности в расчетах будут слишком велики. Поскольку задача является физически нелинейной, то она должна решаться пошагово с достаточным количеством шагов. Именно, на i -м шаге считаются известными компоненты векторов граничных напряжений (усилий) p^i на Γ_p и граничных перемещений \bar{u}^i на Γ_u , а также компоненты вектора перемещений u^i и тензоров напряжений и деформаций σ^i , ε^i внутри области Ω (на нулевом шаге все эти величины считаются равными нулю). Задаются приращения граничных значений векторов нагрузок $\delta^i p$ и перемещений $\delta^i \bar{u}$ (в частности, либо те, либо другие могут быть нулевыми на любом шаге). Вычисляются локальные (элементные) матрицы жесткостей K_e^i и векторы приращений нагрузок $\delta^i F_e$, которые затем ассемблируются в глобальные объекты. Разумеется, на упругом участке для каждого данного элемента K_e^i зависят только от упругих параметров материала элемента, а $\delta^i F_e$ – только от приложенных к элементу приращений внешних нагрузок. После решения глобальной системы уравнений внутри области Ω в узлах конечно-элементного разбиения определяются приращения вектора перемещений $\delta^i u$ и его значений $u^{i+1} = u^i + \delta^i u$ на следующем шаге. Затем в каждой точке интегрирования внутри каждого элемента определяются приращения тензоров деформаций $\delta^i \varepsilon$ и напряжений $\delta^i \sigma$, а также их значений на следующем шаге $\varepsilon^{i+1} = \varepsilon^i + \delta^i \varepsilon$, $\sigma^{i+1} = \sigma^i + \delta^i \sigma$. В данном исследовании применялась схема интегрирования по Гауссу (2×2 либо 3×3 точки). Далее происходит следующее. В каждой точке интегрирования каждого элемента КЭ-разбиения определяется функция $\sigma_e = g(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12})$. Здесь, в соответствии с работой [5], она принята в виде

$$\sigma_e = \frac{1}{\psi} \left[(1-\psi) \frac{\sigma_1^m + \sigma_3^m}{2} + \sqrt{(1-\psi)^2 \left(\frac{\sigma_1^m + \sigma_3^m}{2} \right)^2 + 4\psi \left(\frac{\sigma_1^m - \sigma_3^m}{2} \right)} \right]. \quad (8)$$

В этой формуле σ_1^m и σ_3^m соответственно означают наибольшее и наименьшее главные значения тензора напряжений σ в данной точке интегрирования. Затем вычисленное значение сравнивается с R_c' (текущей величиной предела прочности при сжатии, которая запоминается для каждой точки интегрирования каждого элемента). Разумеется, если до этого данная точка области Ω пребывала в упругом состоянии, то $R_c' = R_c$. При выполнении условия $\sigma_e \leq R_c'$ происходит переход к следующей точке интегрирования. Однако если найдено, что $\sigma_e > R_c'$, то для данной точки реализуется алгоритм, описанный в предыдущем пункте. Тензоры напряжений и деформаций разлагаются на свои шаровую и девиаторную части, определяются их новые значения в соответствии с кривыми (6) и (7), а затем и новые значения компонент тензора напряжений $\hat{\sigma}^{i+1}$. По этим величинам в соответствии с формулой (8) определяется новое текущее значение

$R_c' = \bar{\sigma}_e$, которым заменяется предыдущее (большее по величине) значение. Таким образом, в каждой точке интегрирования внутри области разрыхления мы имеем, вообще говоря, свой текущий предел прочности. Говоря другими словами, каждая такая точка находится на своем участке ниспадающей ветви диаграммы деформирования. Тем самым учитывается неоднородность напряженно-деформированного состояния внутри элемента. Возможна и такая ситуация, что в некоторых точках интегрирования элемента мы имеем $R_c' = R_c$, т.е. они находятся еще в упругом состоянии, а в остальных точках уже $R_c' < R_c$, что означает, что они перешли в состояние разрыхления. Тем самым элемент, находящийся на границе области разрыхления, может сначала перейти в состояние разрыхления лишь частично, и лишь с дальнейшим ростом нагрузки он переходит в указанное состояние полностью.

Необходимо также отметить следующее важное обстоятельство. Если, как отмечалось выше, для полностью упругих элементов элементные векторы $\delta^i F_e$ зависят только от приращений внешних нагрузок, приложенных к элементу, то для элементов, перешедших в нелинейное состояние, это уже не так. В соответствии с методом начальных напряжений [6], разность старых и новых значений тензоров напряжений в каждой точке интегрирования $\Delta^{i+1} \sigma = \sigma^{i+1} - \sigma^i$ должна рассматриваться как тензор начальных напряжений в этой точке (в частности, в некоторых точках, где $\sigma_e < R_c'$, он может быть нулевым). Введение этого тензора обеспечивает учет выхода на реальную диаграмму деформирования. Этот метод применим как для упрочняющихся, так и для разупрочняющихся материалов, однако в последнем случае он особенно эффективен ввиду отмеченной выше неустойчивости деформирования. Выполняя соответствующим образом интегрирование по площади элемента, мы на шаге $i+1$ получаем приращение для элементного вектора нагрузок $\Delta^{i+1} F_e$, которое описывает влияние начальных напряжений и должно быть прибавлено к зависящему от приращений внешних нагрузок значению $\delta^{i+1} F_e$. Если на границе некоторого элемента внешние нагрузки не приложены (что как раз имеет место для большинства элементов, находящихся внутри области Ω), то в упругом случае полный элементный вектор приращений нагрузок будет нулевым ($\delta^{i+1} F_e = 0$) либо зависеть только от массовых сил (гравитационной составляющей), но для нелинейных элементов он будет отличным от нуля, а именно равным $\Delta^{i+1} F_e$ (плюс гравитационная составляющая).

Помимо этого, на каждом шаге учитывается изменение формы элемента путем переычисления текущих значений координат его узлов с учетом найденных значений вектора приращений узловых перемещений $\delta^i u$ (в некоторых случаях суммарное приращение за все предыдущие шаги может быть достаточно большим). Ясно, что ввиду этого, вообще говоря, $K_e^{i+1} \neq K_e^i$, хотя для чисто упругих элементов это изменение весьма мало. Теперь можно задать прираще-

ния граничных значений векторов нагрузок $\delta^{i+1}p$ и перемещений $\delta^{i+1}u$, и процесс повторяется на следующем шаге вплоть до достижения заданных максимальных значений нагрузок и/или перемещений. Совокупность всех элементов, перешедших в нелинейное состояние в процессе пошагового нагружения, будет определять зону разрыхления внутри рассматриваемой области Ω .

Данный алгоритм можно модифицировать путем изменения значения шаровой составляющей тензора деформаций ε , чтобы отразить отмеченные выше явления, связанные с увеличением объема в зоне разрыхления под действием сжимающих нагрузок. В работе [3] приводится формула

$$\frac{R'_c - R_f}{R_c - R_f} = 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_f}.$$

Здесь $R'_c = \sigma_e$ – текущее предельное значение, а R_f – конечное предельное значение при максимальном значении шаровой составляющей ε_f (см. рис. 2). Использование последней формулы фактически эквивалентно предположению, что коэффициент Пуассона $\mu > 0.5$ на ниспадающем участке диаграммы деформирования, так как знаки средних напряжений $\sigma/3$ и новых средних деформаций $\varepsilon/3$ противоположны. Разность $\frac{1}{3}(\varepsilon - \varepsilon_f)I$, где I – единичный тензор второго ранга, можно рассматривать как тензор начальных деформаций, а он, подобно тензору начальных напряжений, дает свой вклад в вектор приращений элементов нагрузок. В результате такого подхода решение приводит к значительному увеличению компонент вектора перемещений в окрестности выработки.

Таким образом, можно утверждать, что предложенная феноменологическая модель в исходных рамках в достаточной степени отражает основные нелинейные явления, происходящие в зоне разрыхления и может быть использована для исследования больших пластических деформаций, реализующихся в окрестности подземных горных выработок. При этом могут быть использованы стандартные программные пакеты МКЭ плюс дополнительные программные средства, на основе которых реализуется описанная выше феноменологическая модель деформирования структурно неоднородных горных пород.

4. Результаты экспериментальных исследований.

Для проверки вышеописанного алгоритма был поставлен численный эксперимент, результаты которого сравнивались с результатами аналитического решения задачи о напряженно-деформированном состоянии массива в окрестности круглой выработки [4].

Из бесконечного массива, материал которого полагался однородным и изотропным, вырезалась плоская пластина, в центре которой располагалась круглая выработка диаметром 2.0 м. Пластина нагружалась по контуру равномерно распределенной нагрузкой, равной γH ($\lambda = 1$), массовые силы учитывались. В силу симметрии расчетной схемы рассматривалась половина выработки. Физико-

механические параметры материала массива принимались следующими: $E = 8 \cdot 10^3$ МПа, $\mu = 0.23$, $\gamma = 2.49 \cdot 10^{-3}$ МН/м³, $\sigma_t = 2.5$ МПа, $\sigma_c = 25$ МПа, $\tau = 7.9$ МПа. В эксперименте определялись размеры зоны неупругих деформаций.

Решение проводилось в соответствии с описанным выше алгоритмом. На рис. 3 приведены результаты этого расчета – картина распределения предельных напряжений в конечных элементах на последнем шаге решения. Совокупность элементов, окружающих выработку и имеющих различные оттенки окраски, и есть искомая зона неупругих деформаций. Различие в оттенках обусловлено различной степенью разупрочнения материала (различной величиной остаточной прочности) в пределах зоны неупругих деформаций – более темный оттенок соответствует меньшему значению остаточной прочности в элементах (т.е., большей степени разупрочнения). Граница зоны неупругих деформаций проходит между вторым и третьим относительно контура выработки слоями элементов.

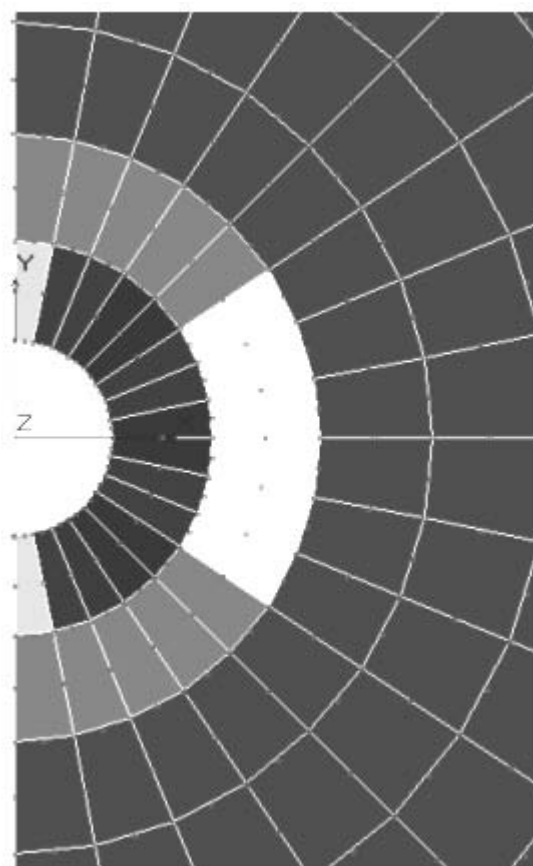


Рис. 3 – Зона разрыхления, полученная в ходе численного эксперимента

Сравнение размеров полученной зоны, характеризующихся безразмерным радиусом r_L , отнесенным к радиусу выработки, с аналитически рассчитанным значением r'_L показывает достаточную сходимость (с отклонением 12%) численного и аналитического решения ($r_L = 2.03$; $r'_L = 2.3$). Величина смещения контура выработки, определенная на компьютерной модели $u_0 = 0.3$ м и анали-

тически установленная $u'_0 = 0.27_m$ с отклонением 10% также достаточно близки. Это доказывает возможность применения данного алгоритма к решению задач геомеханики о напряженно-деформированном состоянии массива в окрестности горной выработки.

Количество шагов приращения параметра нагрузки выбиралось по результатам проверки устойчивости решения, при которой оценивалось различие полученного решения при количестве шагов от пяти до тридцати. При двадцати и выше шагах разброс результатов не превышал 1%, поэтому при решении данной задачи было принято двадцать шагов приращения нагрузки.

Выводы.

1. При оценке прочности массива в окрестности выработок необходимо рассматривать окружающие горные породы как материал с изменяющимися физико-механическими свойствами.

2. Большинство нелинейных моделей механики сплошных сред (в том числе теории пластичности и ползучести) не в состоянии учесть существенную нелинейность свойств пород, подверженных разупрочнению и разрыхлению в зоне неупругих деформаций, формирующейся около выработки. Как следствие, при решении задачи численными методами, в частности, методом конечных элементов – МКЭ, в узлах, принадлежащих этой зоне, будет наблюдаться вырождение системы уравнений, т.е. диагональные компоненты матрицы жесткости в таких узлах будут отрицательными или нулевыми, что приводит к невозможности продолжения процедуры стандартного вычислительного процесса.

3. Предложен феноменологический подход, заключающийся в том, что ниспадающий участок диаграммы деформирования рассматривается как геометрическое место точек, соответствующих предельному упругому состоянию материала при достигнутых деформациях.

4. Конечноэлементный эксперимент показал достаточную сходимость аналитического и численного решения, что доказывает возможность применения предлагаемого алгоритма к решению задач геомеханики о напряженно-деформированном состоянии массива в окрестности горной выработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов В.В. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок. - Киев: Наукова думка, 1989. – 192 с.
2. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. – М., Мир. – 1975. – 592 с.
3. G. Lilliu, J.G.M. van Mier. 3D lattice type fracture model for concrete // Engineering Fracture Mechanics. – 2003. - № 70. – P. 927-941.
4. Шашенко А.Н.. Упругопластическая задача для структурно-неоднородного массива, ослабленного круглой выработкой. – Прикл. механика. –1989. – т.25. – № 6. – С. 48-54.
5. Шашенко А.Н., Сургай Н.С., Парчевский Л.Я. Методы теории вероятностей в геомеханике. – К., Техніка. – 1994. – 216 с.
6. E. Hinton, D.R.J. Owen. Finite Element Programming. – London, Academic Press. – 1977. – 308 p.